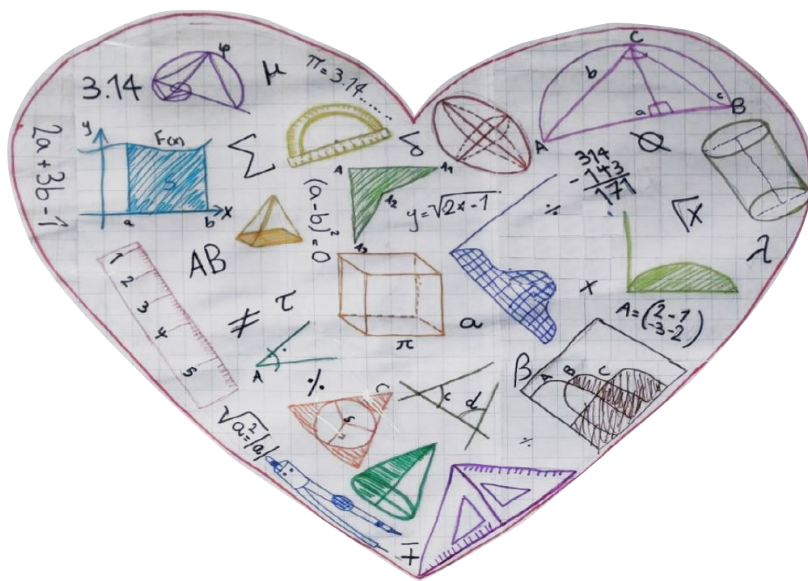


Διδασκαλία μαθηματικών σε πρόσφυγες μαθητές

ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ



I L O V E
M A T H S

Απαγορεύεται η αναδημοσίευση και γενικά η αναπαραγωγή του παρόντος έργου με οποιονδήποτε τρόπο, τμηματική ή περιληπτικά, στο πρωτότυπο ή σε μετάφραση ή άλλη διασκευή, χωρίς γραπτή άδεια του εκδότη, σύμφωνα με τον Ν. 2121/1993 και τη Διεθνή Σύμβαση της Βέρνης (που έχει κυρωθεί με τον Ν. 100/1975).

© 2021, METAdrasa

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted in any form or by any means electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise without the prior written permission of the publisher.

© 2021, METAdrasi

Εξώφυλλο:

Ζωγραφιά μαθήτριας του εκπαιδευτικού κέντρου στο Καρά Τεπέ της Λέσβου

Συγγραφή:

Αβαγιανός Χριστόφορος

Επιμέλεια:

Κροτσέτη Λίνα & Αβαγιανός Χριστόφορος

Μυτιλήνη, 2020

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	5
1. Οι φυσικοί αριθμοί (Διάταξη και σύγκριση).....	6
2. Πρόσθεση, αφαίρεση πολλαπλασιασμός και διαίρεση φυσικών	9
3. Προτεραιότητα των πράξεων.....	19
4. Δυνάμεις φυσικών αριθμών	23
5. Η έννοια του κλάσματος.....	25
6. Ισοδύναμα κλάσματα.....	28
7. Πράξεις μεταξύ κλασμάτων: αριθμητικές παραστάσεις με κλάσματα.....	30
8. Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί: αριθμητικές παραστάσεις με ρητούς.....	35
9. Αλγεβρικές παραστάσεις / Η έννοια της μεταβλητής.....	41
10. Εξισώσεις 1 ^{ου} βαθμού	43
11. Η έννοια της συνάρτησης - Καρτεσιανές συντεταγμένες- γραφική παράσταση συνάρτησης - η συνάρτηση $y=ax+b$ -χάραξη ευθειών.....	45
12. Μονώνυμα / Πολυώνυμα.....	47
13. Μαθηματικές ταυτότητες.....	48
14. Παραγοντοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων	49
15. Εξισώσεις 2ου βαθμού.....	50
16. Συστήματα γραμμικών εξισώσεων 2x2	51
Διαγνωστικό τεστ μαθηματικών	53

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το παρόν πόνημα αποτελεί την πρώτη προσπάθεια δημιουργίας ενός οδηγού, με τον οποίο επιδιώκεται να δοθεί μια κατεύθυνση ως προς τον τρόπο και τις μεθόδους διδασκαλίας μαθηματικών σε παιδιά πρόσφυγες.

Έχοντας γνώση των δυσκολιών και των ιδιαιτεροτήτων που προκύπτουν κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών σε παιδιά πρόσφυγες και εν γένει σε ένα πολυπολιτισμικό μαθησιακό περιβάλλον, κρίθηκε αναγκαία η δημιουργία ενός πρακτικού οδηγού με στόχο τη διευκόλυνση του εκπαιδευτικού έργου των εκπαιδευτικών. Ειδικότερα, στο εν λόγω εγχειρίδιο παρουσιάζονται ενδεικτικές εκπαιδευτικές προτάσεις και ιδέες μέσω δραστηριοτήτων, ασκήσεων και παραδειγμάτων, αποσκοπώντας στην ευκολότερη και πιο δομημένη διδασκαλία των μαθηματικών στη συγκεκριμένη ομάδα – στόχο.

Οι ενότητες που καλύπτονται είναι ανάλογες των βασικών εννοιών που διδάσκονται στις δύο τελευταίες τάξεις του Δημοτικού (Ε' - ΣΤ') και στις τρεις τάξεις του Γυμνασίου, δίνοντας προτεραιότητα σε βασικές έννοιες και έχοντας ως χρονικό προσδιορισμό το διάστημα των τριών - τεσσάρων μηνών (καθώς αυτός είναι ο μέσος χρόνος διαμονής των παιδιών σε μία δομή φιλοξενίας), προκειμένου να εξασφαλιστεί στους μαθητές η βασική μαθηματική γνώση.

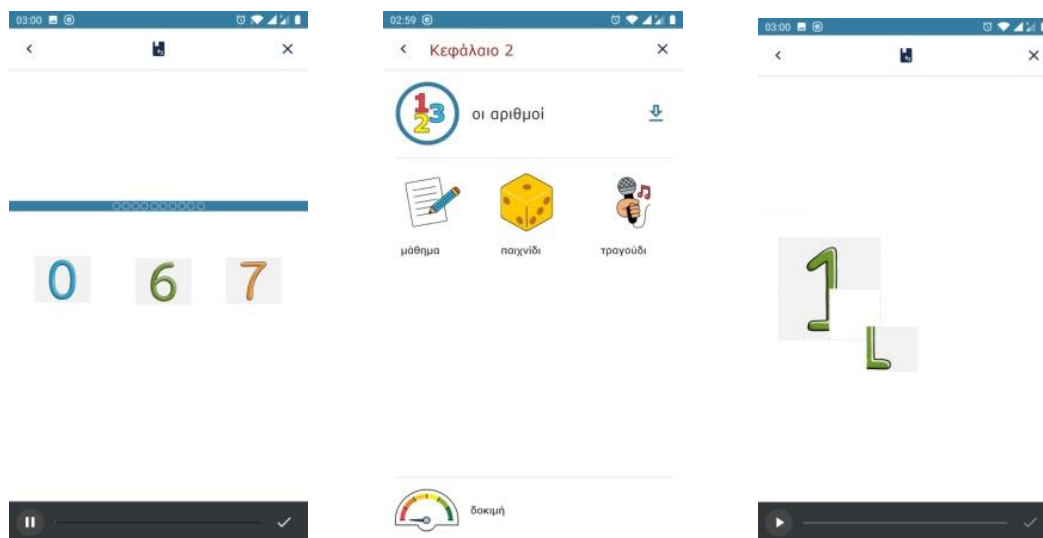
Το υλικό είναι πλήρως ευθυγραμμισμένο με το αντίστοιχο του δημόσιου σχολείου. Ωστόσο παρέχονται και κάποιες βιωματικές δραστηριότητες που έχουν δοκιμαστεί και κριθεί επιτυχείς σε τάξεις προσφύγων, για την καλύτερη κατανόηση κάποιων βασικών μαθηματικών εννοιών. Επιπλέον, συμπληρωματικά με το εκπαιδευτικό υλικό, στο τέλος του εγχειριδίου διατίθεται διαβαθμισμένο διαγνωστικό τεστ, προκειμένου να εξακριβωθεί η πρότερη μαθηματική εμπειρία και γνώση των μαθητών και να ενταχθούν στο σωστό επίπεδο/ τμήμα.

Το τίποτε γίνεται τα πάντα απλώς

και μόνον με μία στροφή

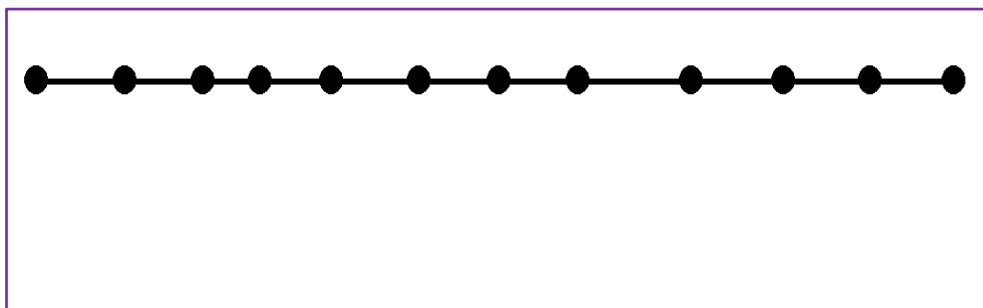
1. Οι φυσικοί αριθμοί (Διάταξη και σύγκριση)

Βασική προϋπόθεση για την κατανόηση των πολύπλοκων εννοιών των μαθηματικών είναι η ύπαρξη μιας κοινής γλώσσας με τους μαθητές. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να διδάξει το μάθημα είτε στα ελληνικά είτε στα αγγλικά ωστόσο λόγω του ότι η μη τυπική εκπαίδευση αποτελεί τον προθάλαμο της τυπικής, συστήνεται να δοθεί έμφαση στη διδασκαλία των μαθηματικών μέσω της ελληνικής. Ξεκινώντας από τη βάση των μαθηματικών, που είναι η κατανόηση και εκμάθηση των φυσικών αριθμών, ένα πολύ καλό εργαλείο για τη διδασκαλία και κατ' επέκταση μάθηση τους είναι το **Akelius languages** το οποίο συμπεριλαμβάνει ενότητα με αριθμούς περιέχοντας μαθήματα, παιχνίδια και τραγούδι για την καλύτερη κατανόηση των εννοιών.



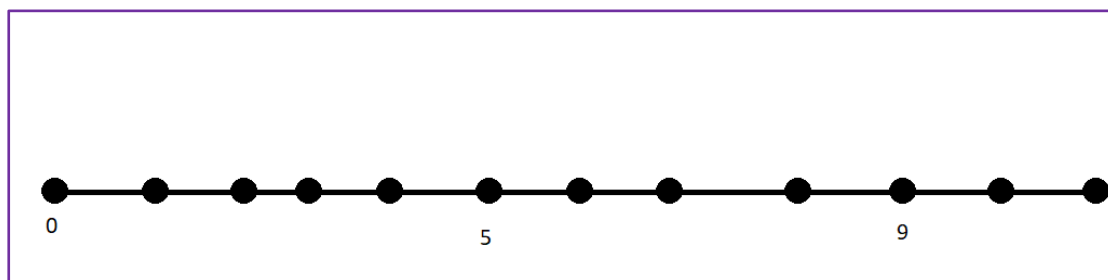
Akelius languages mobile app

Αφού οι μαθητές κατακτήσουν την γνώση της ανάγνωσης και της γραφής των φυσικών αριθμών, πρέπει να είναι σε θέση να μπορούν να τους συγκρίνουν. Οπότε βασική προτεραιότητα του εκπαιδευτικού είναι η διδασκαλία των συμβόλων [=], [<], [>]. Ο εκπαιδευτικός σχεδιάζει μία ευθεία στον πίνακα και βάζει τόσες κουκίδες όσοι και οι μαθητές στην τάξη:



© Αβαγιανός Χριστόφορος

Έπειτα καλεί τους μαθητές να βάλουν τους αριθμούς που τους υπαγορεύει στην σωστή θέση όπως φαίνεται παρακάτω:



© Αβαγιανός Χριστόφορος

Με αυτόν τον τρόπο οι μαθητές διατάσσουν τους αριθμούς κατά αύξουσα σειρά. Έπειτα ο εκπαιδευτικός αφού τους εξηγήσει τη σημασία των συμβόλων [=], [<], [>] καλεί τους μαθητές να συμπληρώσουν τα κενά στην παρακάτω άσκηση:

Άσκηση 1^η

Βάζω [=], [<], [>] όπως στα παραδείγματα:

3 < 7 8 > 6 3 = 3 4 ... 9 2 ... 5 5 ... 5 6 ... 7 2 ... 3 1 ... 1 2 ... 4 1 ... 0

Άλλες ασκήσεις στη συγκεκριμένη ενότητα θα μπορούσαν να είναι οι παρακάτω:

Άσκηση 2^η

Γράφω με ψηφία τους παρακάτω αριθμούς:

0. τριακόσια έξι → 306
1. διακόσια πενήντα δύο
2. πέντε χιλιάδες τετρακόσια είκοσι
3. εβδομήντα επτά
4. εκατό ενενήντα ένα
5. πεντακόσια είκοσι τρία

Άσκηση 3^η

Γράφω με λέξεις τους παρακάτω αριθμούς:

57	234	65
4567	1346	

Προσέχω οι εκφωνήσεις των ασκήσεων να είναι στο πρώτο πρόσωπο, με χρήση απλού λεξιλογίου, συμπεριλαμβάνοντας πάντα παράδειγμα!

2. Πρόσθεση, αφαίρεση πολλαπλασιασμός και διαίρεση φυσικών

Πρώτο μέλημα του εκπαιδευτικού στην παρούσα ενότητα είναι η εξήγηση στους μαθητές των συμβόλων $[+]$, $[-]$ και πως αυτά χρησιμοποιούνται σε καταστάσεις της καθημερινότητας. Ο εκπαιδευτικός θα μπορούσε να πάρει για παράδειγμα 3 μολύβια στο ένα χέρι και 4 στο άλλο και έπειτα να ζητήσει από τους μαθητές να γράψουν στο τετράδιο τους την πράξη της πρόσθεσης ($4+3$). Έπειτα όλοι μαζί θα μπορούσαν να μετρήσουν το άθροισμα και να συμπληρώσουν $4+3=7$ μολύβια.

Μια παρόμοια διαδικασία θα μπορούσε να υλοποιηθεί και για την πράξη της αφαίρεσης. Για παράδειγμα ο καθηγητής θα μπορούσε κρατήσει στο ένα χέρι 8 μολύβια και να βγάλει από το χέρι του τα 5. Έπειτα να ζητήσει από τους μαθητές να καταγράψουν με μαθηματικό τρόπο τι πραγματικά έκανε ($8-3$). Έπειτα όλοι μαζί θα μπορούσαν να μετρήσουν την διαφορά και να συμπληρώσουν $8-5=3$ μολύβια.

Έπειτα ο εκπαιδευτικός θα μπορούσε να δώσει στους μαθητές να κάνουν την παρακάτω άσκηση:

Άσκηση 1^η

Βρίσκω τα αθροίσματα και τις διαφορές:

α) $8+2=...$ β) $5+2=...$ γ) $6+3=...$

δ) $4+4=...$ ε) $0+7=...$ στ) $2+1=...$

Αφού ο εκπαιδευτικός έχει σιγουρευτεί ότι οι μαθητές έχουν κατανοήσει την παραπάνω ενότητα μπορεί να προχωρήσει στο άθροισμα και τη διαφορά διψήφιου και μονοψήφιου:

Άσκηση 2^η

Βρίσκω τα αθροίσματα και τις διαφορές:

α) $34+5=...$ β) $42+1=...$

γ) $31+3=...$ δ) $22+5=...$

ε) $41+7=...$ στ) $62+0=...$

Άσκηση 3^η

Βρίσκω τα αθροίσματα και τις διαφορές:

35	42	65	354	780	35
<u>+42</u>	<u>+12</u>	<u>+13</u>	<u>+421</u>	<u>+113</u>	<u>-12</u>

64	54	687	597
<u>-13</u>	<u>-14</u>	<u>-135</u>	<u>-230</u>

Έπειτα ακολουθεί η υποενότητα αθροίσματος και διαφοράς διψήφων και τριψήφων χωρίς κρατούμενο ή δανεικό

Άσκηση 4^η

Βρίσκω τα αθροίσματα και τις διαφορές:

35	42	65	354	780
<u>+78</u>	<u>+99</u>	<u>+58</u>	<u>+789</u>	<u>+456</u>

35	64	54	687
<u>-27</u>	<u>-39</u>	<u>-27</u>	<u>-359</u>

597
<u>-398</u>

Επόμενο βήμα είναι η εκμάθηση της εύρεσης αθροίσματος και διαφοράς διψήφων και τριψήφων με κρατούμενο ή δανεικό

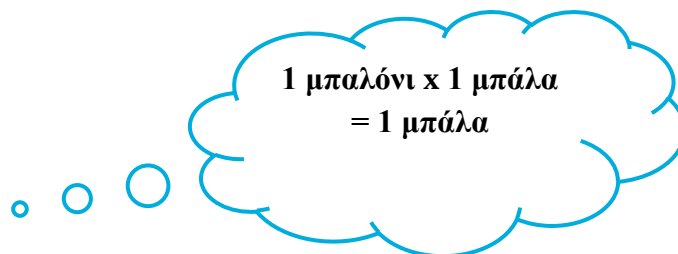
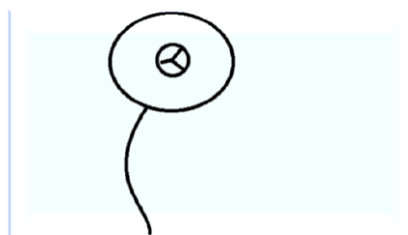
Για την καλύτερη κατανόηση των εννοιών και των αλγορίθμων της πρόσθεσης και της αφαίρεσης φυσικών αριθμών, ο/ η εκπαιδευτικός μπορεί να προβάλει επίσης το εξής προτεινόμενο βίντεο: <https://www.youtube.com/watch?v=m5oyfvO9ZKQ>

Αφού οι μαθητές έχουν κατακτήσει τις γνώσεις της πρόσθεσης και αφαίρεσης, επόμενο βήμα είναι η εκμάθηση του πολλαπλασιασμού.

Δραστηριότητα 1^η

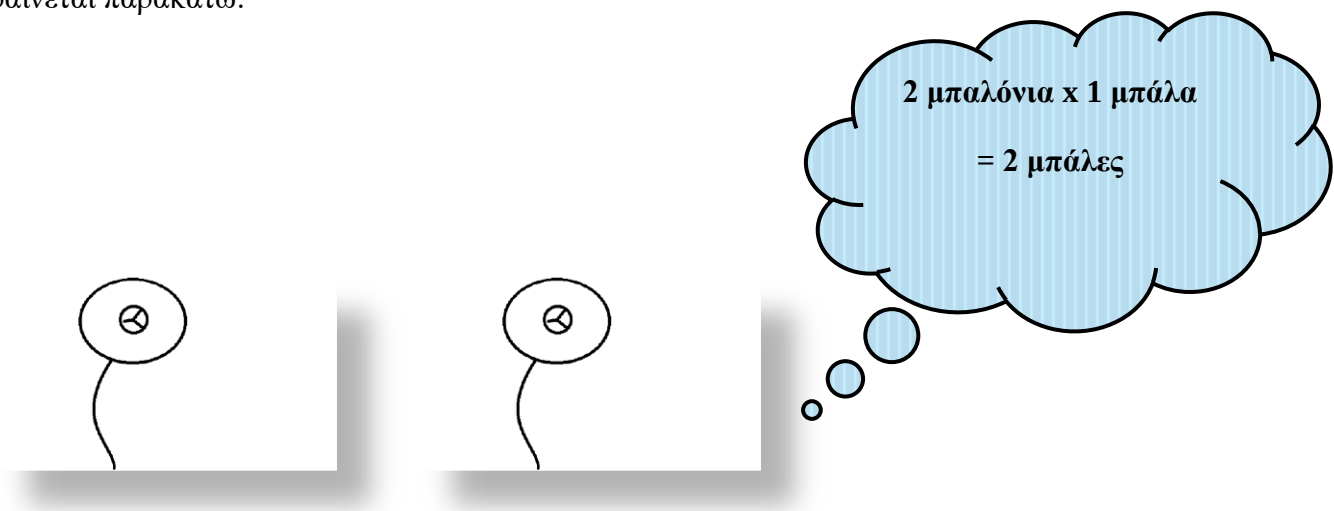


Ο/ η εκπαιδευτικός μπορεί να εξηγήσει την έννοια του πολλαπλασιασμού σχηματίζοντας στον πίνακα ένα μπαλόνι, μέσα στο οποίο ζωγραφίζει ένα οποιοδήποτε αντικείμενο (π.χ. μια μπάλα). Έπειτα ρωτάει τους μαθητές πόσα μπαλόνια βλέπουν και πόσες μπάλες και γράφει την μαθηματική έκφραση όπως φαίνεται παρακάτω:



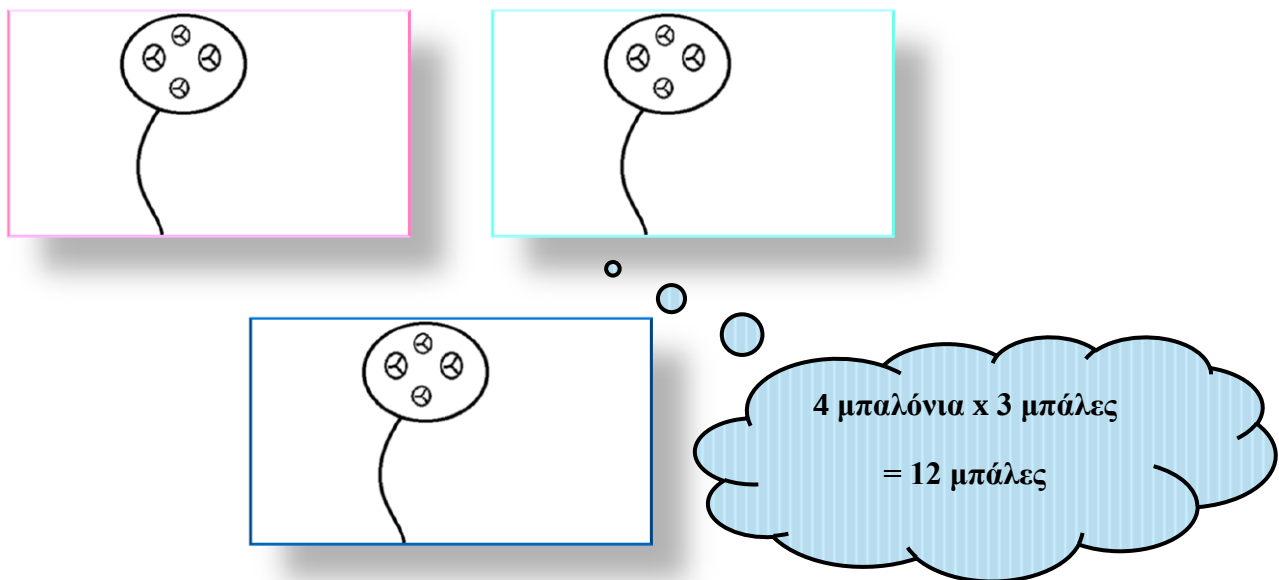
© Αβαγιανός Χριστόφορος

Στη συνέχεια, σχηματίζει στον πίνακα δύο μπαλόνια μέσα στα οποία ζωγραφίζει ένα οποιοδήποτε αντικείμενο (π.χ. μια μπάλα). Έπειτα ρωτάει τους μαθητές πόσα μπαλόνια βλέπουν και πόσες μπάλες και γράφει την μαθηματική έκφραση όπως φαίνεται παρακάτω:



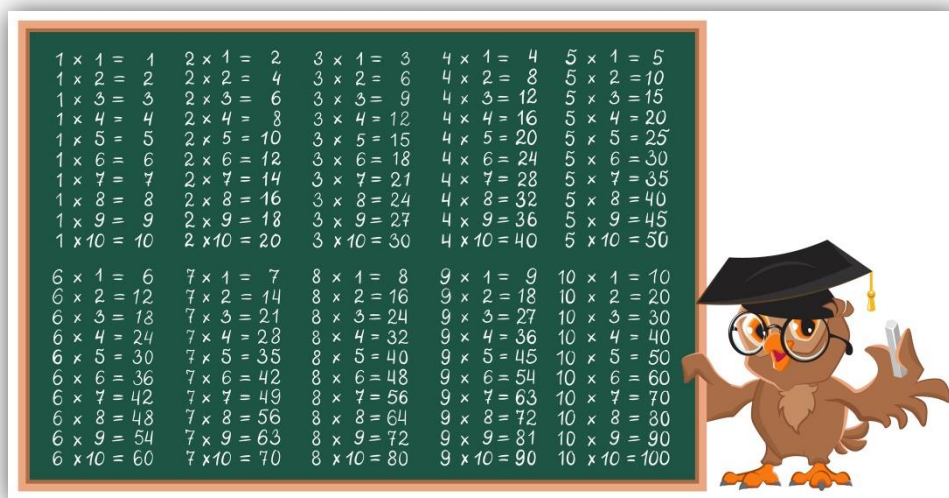
© Αβαγιανός Χριστόφορος

Ο/ η εκπαιδευτικός μπορεί να συνεχίσει την ίδια διαδικασία για όλη την προπαίδεια του 1 καθώς και για την προπαίδεια οποιουδήποτε αριθμού. Ενδεικτικά:



© Αβαγιανός Χριστόφορος

Δραστηριότητα 2^η



Αφού ο/ η εκπαιδευτικός εξηγήσει την έννοια του πολλαπλασιασμού και έχει γίνει κατανοητή από τους μαθητές, μπορεί σταδιακά να φτιάχνει το ταμπλό του πολλαπλασιασμού σε συνεργασία με τους μαθητές ως εξής:

Χωρίζει την τάξη σε 5 ομάδες των τριών (ιδανικά), μοιράζοντας σε κάθε ομάδα από ένα χαρτόνι το οποίο έχει δύο στήλες του πολλαπλασιασμού. Για παράδειγμα:

Ομάδα 1: πολλαπλασιασμός του 1 και του 10

Ομάδα 2: πολλαπλασιασμός του 2 και του 9

Ομάδα 3: πολλαπλασιασμός του 3 και του 8

Ομάδα 4: πολλαπλασιασμός του 4 και του 7

Ομάδα 5: πολλαπλασιασμός του 5 και του 6

Οι ομάδες πρέπει να συμπληρώσουν τα κενά στις στήλες του πολλαπλασιασμού και να παραδώσουν τα χαρτόνια συμπληρωμένα. Αφού συγκεντρώσει όλα τα χαρτόνια ο/ η εκπαιδευτικός, τα κολλάει σε ένα διακριτό σημείο της τάξης με την βοήθεια των μαθητών και έπειτα όλη η τάξη τα ελέγχει υπό την εποπτεία του/ της εκπαιδευτικού για τυχόν λάθη. Μέσα από τη συγκεκριμένη δραστηριότητα οι μαθητές εμπλέκονται ενεργά στη δημιουργία του εν λόγω ταμπλό, ενώ παράλληλα, μέσα από τη συνεργασία εξασκούνται όλοι ισότιμα. Έπειτα οι μαθητές μπορούν να γράψουν τον πίνακα και στο τετράδιό τους ή να τους δοθεί έτοιμος σε μορφή φωτοτυπίας και να τον συμβουλευόμαστε σε ασκήσεις για το σπίτι. Όσον αφορά στις ασκήσεις

πολλαπλασιασμού στην τάξη μπορούν να συμβουλευόνται τον πίνακα που οι ίδιοι έφτιαξαν.

Άσκηση 1^η

Συμπληρώνω τα κενά:

1 x 1 = _	2 x 1 = _	3 x 1 = _	4 x 1 = _	5 x 1 = _	6 x 1 = _	7 x 1 = _	8 x 1 = _	9 x 1 = _	10 x 1 = _
1 x _ =	2 x _ =	3 x _ =	4 x _ =	5 x _ =	6 x _ =	7 x _ =	8 x _ =	9 x _ =	10 x _ =
_ x _ =	_ x _ =	_ x _ =	_ x _ =	_ x _ =	_ x _ =	_ x _ =	_ x _ =	_ x _ =	_ x _ =
1 x _ =	2 x _ =	3 x _ =	4 x _ =	5 x _ =	6 x _ =	7 x _ =	8 x _ =	9 x _ =	10 x _ =
_ x _ =	_ x _ =	_ x _ =	_ x _ =	_ x _ =	_ x _ =	_ x _ =	_ x _ =	_ x _ =	_ x _ =
1 x _ = 6	2 x _ = 12	3 x _ = 18	4 x _ = 24	5 x _ = 30	6 x _ = 36	7 x _ = 42	8 x _ = 48	9 x _ = 54	10 x _ = 60
1 x _ = 7	2 x _ = 14	3 x _ = 21	4 x _ = 28	5 x _ = 35	6 x _ = 42	7 x _ = 49	8 x _ = 56	9 x _ = 63	10 x _ = 70
_ x 8 = 8	_ x 8 = 16	_ x 8 = 24	_ x 8 = 32	_ x 8 = 40	_ x 8 = 48	_ x 8 = 56	_ x 8 = 64	_ x 8 = 72	_ x 8 = 80
1 x 9 = _	2 x 9 = _	3 x 9 = _	4 x 9 = _	5 x 9 = _	6 x 9 = _	7 x 9 = _	8 x 9 = _	9 x 9 = _	10 x 9 = _
1 x _ =	2 x _ =	3 x _ =	4 x _ =	5 x _ =	6 x _ =	7 x _ =	8 x _ =	9 x _ =	10 x _ =

Άσκηση 2^η

Σωστό

☒

Λάθος

☐

2 x 8 = 16

☒

7 x 8 = 49

☐

4 x 5 = 24

☐

9 x 7 = 54

☐

4 x 7 = 27

☐

1 x 5 = 6

☐

4 x 9 = 36

☐

3 x 6 = 18

☐

2 x 7 = 14

☐

3 x 7 = 21

☐

2 x 8 = 16

☐

1 x 6 = 6

☐

Επόμενο βήμα στην διδασκαλία του πολλαπλασιασμού είναι ο πολλαπλασιασμός διψήφιων με μονοψήφιους. Προτείνεται σε πρώτη φάση ο εκπαιδευτικός αφού διδάξει τον τρόπο να χρησιμοποιήσει παραδείγματα και ασκήσεις του αλγορίθμου χωρίς τη χρήση κρατουμένου. Για παράδειγμα:

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 4 \\ \hline 128 \end{array}$$

Άσκηση 3^η

Υπολογίζω τα γινόμενα:

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ \times 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \\ \times 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 53 \\ \times 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 41 \\ \times 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 72 \\ \times 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 85 \\ \times 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 63 \\ \times 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 94 \\ \times 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 33 \\ \times 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 44 \\ \times 2 \end{array}$$

Ακολουθεί ο πολλαπλασιασμός μονοψήφιου με διψήφιο με χρήση κρατουμένου. Για παράδειγμα:

$$\begin{array}{r} (1) 32 \\ \times 9 \\ \hline 288 \end{array}$$

Άσκηση 4^η

$$\begin{array}{r} () 32 \\ \times 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} () 12 \\ \times 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} () 23 \\ \times 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} () 53 \\ \times 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} () 48 \\ \times 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} () 72 \\ \times 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} () 85 \\ \times 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} () 63 \\ \times 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} () 94 \\ \times 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} () 98 \\ \times 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} () 94 \\ \times 7 \end{array}$$

Σειρά παίρνει ο πολλαπλασιασμός διψήφιου με διψήφιο με χρήση κρατουμένου.
Παράδειγμα:

$$\begin{array}{r}
 \text{(1)} \quad \begin{array}{r} 3 \quad 2 \\ \times 5 \quad 9 \\ \hline 288 \\ + 1600 \\ \hline 1888 \end{array}
 \end{array}$$

Άσκηση 5^η

$$\begin{array}{r}
 \text{()} \quad 4 \quad 8 \\ \text{()} \times 5 \quad 7 \\ \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{()} \quad 9 \quad 6 \\ \text{()} \times 8 \quad 7 \\ \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{()} \quad 4 \quad 5 \\ \text{()} \times 3 \quad 6 \\ \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{()} \quad 4 \quad 7 \\ \text{()} \times 5 \quad 9 \\ \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{()} \quad 7 \quad 6 \\ \text{()} \times 6 \quad 8 \\ \hline
 \end{array}$$

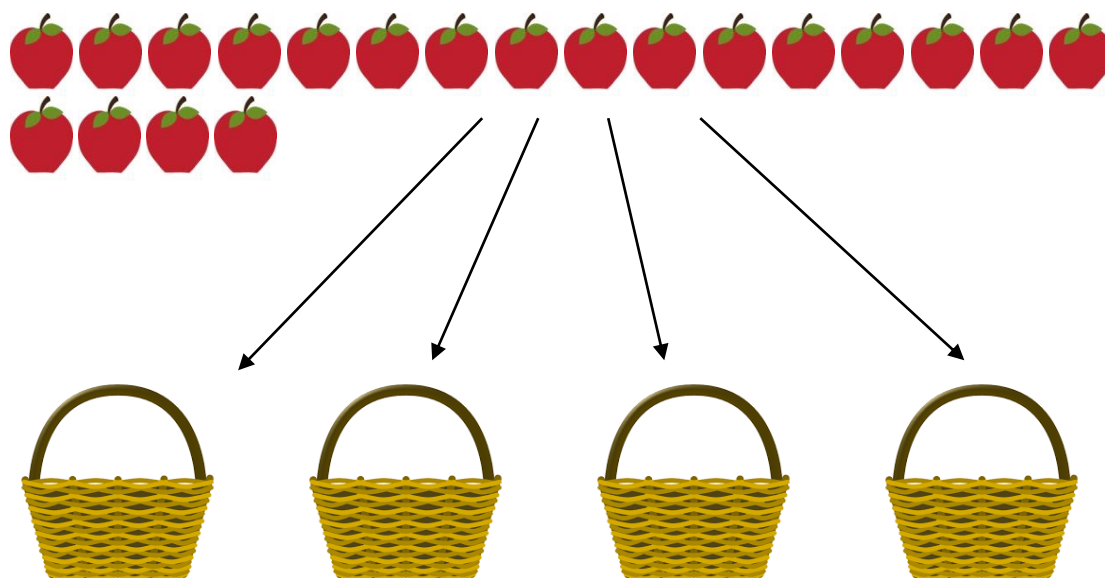
$$\begin{array}{r}
 \text{()} \quad 9 \quad 8 \\ \text{()} \times 4 \quad 7 \\ \hline
 \end{array}$$

Εφόσον ο εκπαιδευτικός έχει σιγουρευτεί έπειτα από συνεχή αξιολόγηση των μαθητών της τάξης (ασκήσεις, εργασίες, τεστ) μπορεί να προχωρήσει στην έννοια της διάιρεσης.

Δραστηριότητα 1^η



Ο/ η εκπαιδευτικός φέρνει στην τάξη 4 καλάθια και 20 αντικείμενα π.χ. μήλα. Στην περίπτωση που αυτό δεν είναι εφικτό, τα ζωγραφίζει στον πίνακα. Έπειτα ζητάει από τους μαθητές να βάλουν σε κάθε καλάθι την ίδια ποσότητα αντικειμένων. Οι μαθητές θα πρέπει να βάλουν σε κάθε καλάθι 5 μήλα. Έπειτα ο/η εκπαιδευτικός γράφει τη μαθηματική έκφραση.



20 μήλα : 4 καλάθια = 5 μήλα σε κάθε καλάθι

Εικόνες: <https://www.vectorstock.com/royalty-free-vector/red-apple-animation-graphic-vector-9421305>,
<https://www.iconspng.com/image/7111/cesta-basket>

Ο/ η εκπαιδευτικός μπορεί να δημιουργήσει οποιαδήποτε διαίρεση επιθυμεί, προκειμένου να γίνει η εν λόγω πράξη κατανοητή από τους μαθητές. Για παράδειγμα:

8 μήλα : 2 καλάθια = 4 μήλα σε κάθε καλάθι

Συνεχίζοντας με αυτήν την διαδικασία επιδιώκεται η εξήγηση και εμπέδωση της έννοιας της διαίρεσης στους μαθητές.

Δραστηριότητα 2^η

Ο/ η εκπαιδευτικός θέτει στους μαθητές προβληματισμούς όπως ο παρακάτω:

- 3 παιδιά πάνε στο super market και αγοράζουν σοκολάτες αξίας 15 ευρώ. Πόσα λεφτά θα πρέπει να δώσει το καθένα;



Εικόνες: <https://berserkon.com/img/get> , <http://clipart-library.com/clipart/828678.htm> , <https://pngimage.net/money-animation-png-2/>

Σε συζήτηση με τους μαθητές ο εκπαιδευτικός γράφει τη μαθηματική έκφραση

$$15:3 = 5 \text{ ευρώ}$$

Άσκηση 1^η

Κάνω τις διαιρέσεις:

α) $6:2 = \dots$ β) $15:3 = \dots$ γ) $16:8 = \dots$ δ) $40:4 = \dots$ ε) $56:8 = \dots$ στ) $28:4 = \dots$

(Συσχέτιση της διαίρεσης με το ταμπλό του πολλαπλασιασμού και εύρεση της λύσης από αυτό).

Επόμενο βήμα είναι η εκμάθηση κάθετης διαίρεσης με αριθμού περισσότερων ψηφίων. Για παράδειγμα:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \\
 674
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 | \\
 | \\
 \hline
 \end{array}
 2 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 -6 \\
 \hline
 07 \\
 -6 \\
 \hline
 14 \\
 -14 \\
 \hline
 00
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \\
 337 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 \end{array}$$

Άσκηση 2^η

Λύνω τις παρακάτω διαιρέσεις:

562		2		639		3		724		4		783		9		712		2		538		2	

3. Προτεραιότητα των πράξεων

Αφού έχουν ολοκληρωθεί και κατανοηθεί από το σύνολο των μαθητών της τάξης οι έννοιες της προηγούμενης ενότητας, ο εκπαιδευτικός/ η καλείται να διδάξει την προτεραιότητα των πράξεων στους μαθητές.

Σε πρώτη φάση οι μαθητές πρέπει να διαχωρίσουν τις έννοιες της πρόσθεσης, της αφαίρεσης και του πολλαπλασιασμού.

Δραστηριότητα 1^η

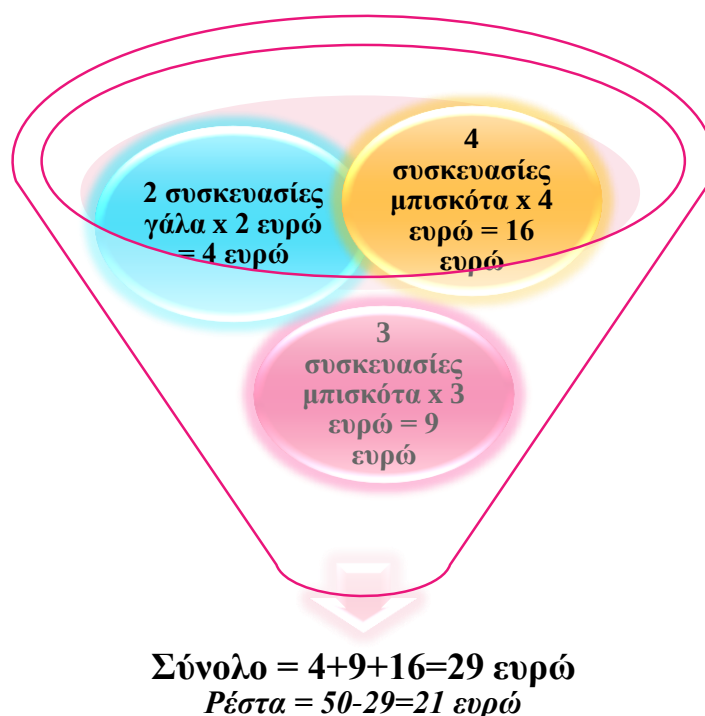


Ο/ η εκπαιδευτικός έχει διαμορφώσει ένα σημείο της τάξης σαν ράφι σούπερ μάρκετ, στο οποίο έχει τοποθετήσει κάποια προϊόντα (π.χ. γάλα, μπισκότα, σοκολάτες κ.α.), αναγράφοντας και την τιμή του καθενός (π.χ. γάλα 2 ευρώ, μπισκότο 3 ευρώ,

σοκολάτα 4 ευρώ). Στην περίπτωση που δεν είναι εφικτή η μεταφορά προϊόντων, μπορεί να αναζητήσει στο διαδίκτυο κάποια, να τα εκτυπώσει με έγχρωμο μελάνι και να τα πλαστικοποιήσει. Επιπλέον, έχει δημιουργήσει πλαστικοποιημένα χαρτονομίσματα, για τις ανάγκες της εν λόγω δραστηριότητας (αυτά μπορεί να τα δημιουργήσει σε συνεργασία με τους μαθητές, στο πλαίσιο άλλου μαθήματος, ενδεικτικά, κατά την εκμάθηση των αριθμών, ως άσκηση εμπέδωσης).

Στη συνέχεια, εξηγεί τις οδηγίες/ κανόνες του παιχνιδιού, αναθέτοντας παράλληλα ρόλους: για παράδειγμα, οι μισοί μαθητές έχουν το ρόλο του ταμιά και οι άλλοι μισοί το ρόλο του πελάτη (οι ρόλοι μπορούν να εναλλάσσονται μεταξύ των μαθητών). Έπειτα, όσοι έχουν το ρόλο του πελάτη λαμβάνουν μια λίστα με προϊόντα (π.χ. 2 συσκευασίες γάλα, 3 συσκευασίες μπισκότα, 4 συσκευασίες σοκολάτες κ.ο.κ.) καθώς επίσης και ένα ποσό χρημάτων (π.χ. 50 ευρώ). Ο κάθε πελάτης καλείται να ψωνίσει τα προϊόντα της λίστας και να τα μεταφέρει στο ταμείο για να τα πληρώσει. Μαζί με τον ταμιά (στον οποίο έχουν δοθεί επίσης ψεύτικα χαρτονομίσματα) πρέπει να βρουν πόσο κοστίζουν τα προϊόντα που πήρε ο πελάτης και να βρουν πόσα πρέπει να λάβει ως ρέστα με χρήση μιας μόνο μαθηματικής έκφρασης.

Έπειτα με την βοήθεια του εκπαιδευτικού γράφουν την μαθηματική έκφραση που προκύπτει και τον υπολογισμό αυτής.



Άρα η μαθηματική έκφραση μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$A = 50 - (2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 4)$$

Έπειτα εξηγεί στους μαθητές ότι πρώτα πρέπει να κάνουν τις πράξεις που βρίσκονται μέσα στις παρενθέσεις ξεκινώντας από τους πολλαπλασιασμούς και μετά τις προσθαφαιρέσεις και τους ζητάει να κάνουν τις πράξεις όπως φαίνεται:

$$A = 50 - (4 + 9 + 16) \rightarrow A = 50 - (29) \rightarrow A = 50 - 29 \rightarrow A = 21 \text{ ευρώ}$$

Άσκηση 1^η

Υπολογίζω τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις:

α) $A = 5 \times 2 + 8$

β) $B = 3 \times 4 + 8 - 2 \times 3$

γ) $\Gamma = 7 + 3 \times 5 - 2 \times 6$

δ) $\Delta = 63 - (2 \times 5 + 6 \times 7)$

ε) $E = (4 \times 5 - 2 \times 8) + 7 \times 4 - 5 \times 3$

Για να ενταχθεί και η πράξη της διαίρεσης στην προτεραιότητα των πράξεων προτείνεται η παρακάτω δραστηριότητα.

Δραστηριότητα 2^η



Προκειμένου να εμπεδώσουν οι μαθητές/ ιες την πράξη της διαίρεσης, ο/ η εκπαιδευτικός τους δίνει την εξής μελέτη περίπτωσης:

Πηγαίνεις με τους φίλους σου σε ένα μαγαζί για να αγοράσετε μια τηλεόραση ώστε να βλέπετε τα αγαπημένα σας κινούμενα σχέδια. Η τηλεόραση που σας αρέσει κάνει 210 ευρώ. Ο καθένας έχει 100 ευρώ στο πορτοφόλι του. Για την αγορά της τηλεόρασης θα πρέπει να δώσετε όλοι λεφτά.

Ποιο είναι το ποσό που αναλογεί στον καθένα;

Εάν όλοι δώσετε από 100 ευρώ, πόσα ρέστα πρέπει να δώσει ο ταμίας στον καθένα ξεχωριστά;

Για τις ανάγκες της εν λόγω δραστηριότητας, ο/ η εκπαιδευτικός μοιράζει σε τρεις μαθητές/ιες πλαστικοποιημένα χαρτονομίσματα ίσης αξίας (π.χ. 100 ευρώ στον καθένα/ στην καθεμία) αναθέτοντάς τους το ρόλο του πελάτη και σε έναν τέταρτο μαθητή δίνει το ρόλο του πωλητή.

Αφού ολοκληρωθεί η ανάλυση της παραπάνω περίπτωσης, καθώς και το παιχνίδι ρόλων, οι μαθητές/ ιες με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού προχωρούν στη γραπτή αναπαράσταση της μαθηματική έκφρασης που προκύπτει καθώς και στην επίλυσή της. Ενδεικτικά:

- ⇒ Συνολικά και οι 3 έχουν $100 + 100 + 100 = 3 \times 100 = 300$ ευρώ
- ⇒ Θα δώσουν συνολικά 210 ευρώ
- ⇒ Επομένως, ο καθένας θα δώσει $210 : 3 = 70$ ευρώ
- ⇒ Ο/ η ταμίας θα τους δώσει ρέστα $300 - 210 = 90$ ευρώ

Άρα τα ρέστα που θα λάβει ο κάθε «πελάτης» θα είναι $90 : 3 = 30$ ευρώ

Οπότε η μαθηματική έκφραση μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$A = 100 - ((3 \times 100 - 70 \times 3) : 3)$$

ή

$$A = 100 - ((100 + 100 + 100 - 70 \times 3) : 3)$$

Έπειτα εξηγεί στους μαθητές ότι πρώτα πρέπει να κάνουν τις πράξεις που βρίσκονται μέσα στις παρενθέσεις ξεκινώντας από τους πολλαπλασιασμούς και μετά τις προσθαφαιρέσεις και τους ζητάει να κάνουν τις πράξεις όπως φαίνεται:

$$A = 100 - ((3 \times 100 - 70 \times 3) : 3) \rightarrow A = 100 - ((300 - 210) : 3) \rightarrow$$

$$A = 100 - (210 : 3) \rightarrow A = 100 - 70 \rightarrow A = 30 \text{ ευρώ}$$

! Η ίδια άσκηση
μπορεί να
εφαρμοστεί

Άσκηση 2^η

Υπολογίζω τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις:

α) $A = 5 \times 2 + 8 : 4$

β) $B = 3 \times 4 + 8 : 2 - 2 \times 3$

γ) $\Gamma = 7:7 + 3 \times 5 - 2 \times 6$

δ) $\Delta = 128 : 2 - (10 : 5 + 6 \times 7)$

4. Δυνάμεις φυσικών αριθμών

Πρώτο μέλημα του εκπαιδευτικού είναι να εξηγήσει στους μαθητές ότι οι δυνάμεις είναι παρατεταμένος πολλαπλασιασμός.

Άσκηση 1^η

Υπολογίζω τα παρακάτω γινόμενα:

α) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

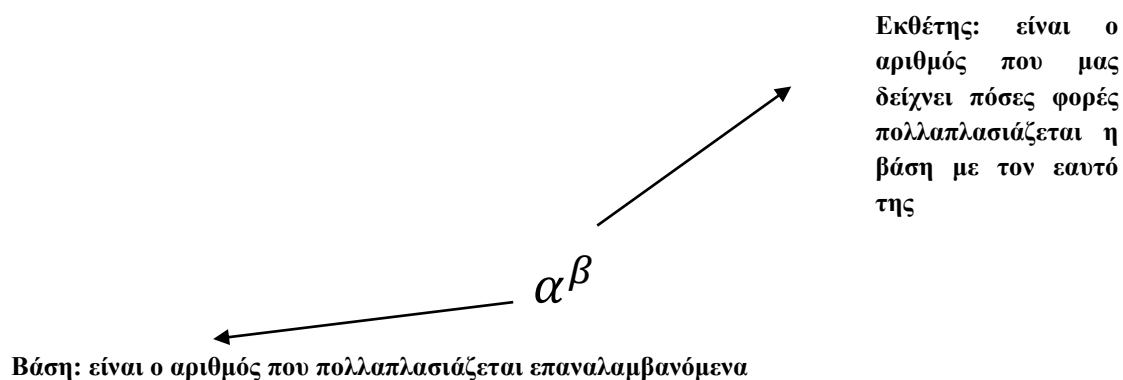
β) $3 \times 3 \times 3 \times 3 = \dots$

γ) $4 \times 4 \times 4 = \dots$

δ) $5 \times 5 \times 5 = \dots$

ε) $6 \times 6 = \dots$

Ακολουθεί η επεξήγηση της έννοιας της δύναμης και γιατί πρέπει ένας επαναλαμβανόμενος πολλαπλασιασμός να γράφεται στην μορφή δύναμης (εξοικονόμηση χώρου και χρόνου)



Άσκηση 2^η

Γράφω τα γινόμενα της άσκησης 1 σε μορφή δυνάμεων, ακολουθώντας το πρώτο παράδειγμα:

α) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$

β) $3 \times 3 \times 3 \times 3 = \dots = \dots$

γ) $4 \times 4 \times 4 = \dots = \dots$

δ) $5 \times 5 \times 5 = \dots = \dots$

Άσκηση 3^η

Υπολογίζω τις παρακάτω δυνάμεις:

α) $2^3 = \dots$ β) $3^3 = \dots$ γ) $4^2 = \dots$ δ) $2^5 = \dots$ ε) $5^3 = \dots$

Επόμενο βήμα είναι η εκμάθηση των ιδιοτήτων των δυνάμεων.

Ιδιότητες των Δυνάμεων	
$a^1 = a$	
$1^a = 1$	
$a^0 = 1$	
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	
$\frac{a_n}{a_m} = \frac{a_{n \cdot m}}{a_m}$	
$a_n \cdot a_m = a_{n+m}$	

Εικόνα: http://stoprotothranio.blogspot.com/2011/12/blog-post_05.html

Άσκηση 4^η

Ενώνω τα στοιχεία της στήλης Α με τα αντίστοιχα της στήλης Β

Στήλη Α	Στήλη Β
$(4 \times 2)^2$	1
7^1	3^5
8^0	$6^3 : 4^3$
$3^2 \times 3^3$	5^{12}
$6^7 : 6^3$	$4^2 \times 2^2$
$(5^3)^4$	1
$(6:4)^3$	7
1^6	6^4

Άσκηση 5^η

Υπολογίζω τις παραστάσεις:

$$A = 3^2 + 4^3 - 2^3$$

$$B = 3^2 + (4^3 - 2^3) - 2 \times (2^3 + 1^{10})$$

5. Η έννοια του κλάσματος**Δραστηριότητα 1^η**

Μια πίτσα έχει 8 ίσα κομμάτια. Σε ένα παιδί έχουν δοθεί τα 3 από αυτά τα 10 κομμάτια. Να εκφράσετε την παραπάνω πρόταση με την βοήθεια κλάσματος.

$$\frac{3}{8}$$

*Κυκλικά με
διαφορετικούς
αριθμούς κάθε φορά
μπορεί να
συμμετάσχει όλη η
τάξη και κάθε
μαθητής να εκφράσει
από ένα κλάσμα.*

Δραστηριότητα 2^η



Εικόνα: <http://clipart-library.com/clipart/828678.htm>

Μια σοκολάτα έχει 10 ίσα κομμάτια. Σε ένα παιδί έχουν δοθεί τα 3 από τα 10. Να εκφράσετε την παραπάνω πρόταση με την βοήθεια κλάσματος.

$$\frac{3}{10}$$



Κυκλικά με διαφορετικούς αριθμούς κάθε φορά μπορεί να συμμετάσχει όλη η τάξη και κάθε μαθητής να εκφράσει από ένα κλάσμα.

© Αβαγιανός Χριστόφορος

Βασική άσκηση 1 (Αναγωγή στην μονάδα)

Τα $\frac{5}{8}$ από τους ενοίκους μιας πολυκατοικίας είναι γυναίκες. Να βρείτε πόσους ενοίκους έχει η πολυκατοικία αν οι γυναίκες είναι 20.

Επεξήγηση των βημάτων στους μαθητές:

Βήμα 1: Εύρεση του $\frac{1}{8}$. Αφού τα $\frac{5}{8}$ είναι 20 τότε το $\frac{1}{8}$ θα είναι $20 : 5 = 4$ ένοικοι.

Βήμα 2: Εύρεση των $\frac{8}{8}$. Όλη η πολυκατοικία θα έχει $8 \times 4 = 32$ ενοίκους

Βασική άσκηση 2 (Αναγωγή στην μονάδα)

Τα $\frac{5}{8}$ ενός βόλου ζυγίζει 60 γραμμάρια. Πόσο ζυγίζουν τα $\frac{2}{3}$ του βόλου;

Επεξήγηση των βημάτων στους μαθητές:

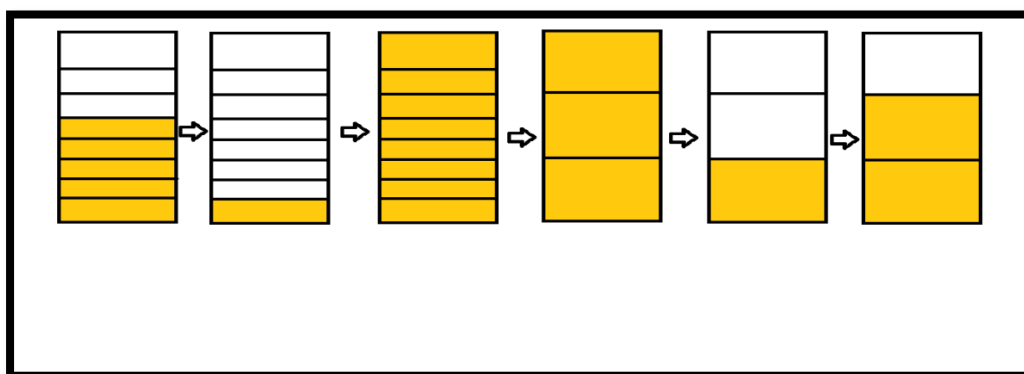
Βήμα 1: Εύρεση του $\frac{1}{8}$. Αφού τα $\frac{5}{8}$ είναι 60 γραμμάρια τότε το $\frac{1}{8}$ θα είναι $60 : 5 = 12$ γραμμάρια.

Βήμα 2: Εύρεση των $\frac{8}{8}$. Ο βόλος θα ζυγίζει $8 \times 12 = 96$ γραμμάρια

Βήμα 3: Επεξηγείται ότι είτε χωρίσουμε μια ποσότητα σε 8 ίσα μέρη είτε σε 3, το συνολικό της βάρος θα είναι το ίδιο οπότε $\frac{8}{8} = \frac{3}{3}$

Βήμα 4: Εύρεση του $\frac{1}{3}$. Αφού τα $\frac{3}{3}$ είναι 96 γραμμάρια τότε το $\frac{1}{3}$ θα είναι $96 : 3 = 32$ γραμμάρια.

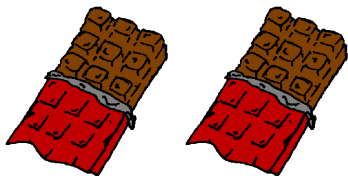
Βήμα 5: Εύρεση των $\frac{2}{3}$. Τα $\frac{2}{3}$ θα ζυγίζουν $2 \times 32 = 64$ γραμμάρια



© Αβαγιανός Χριστόφορος

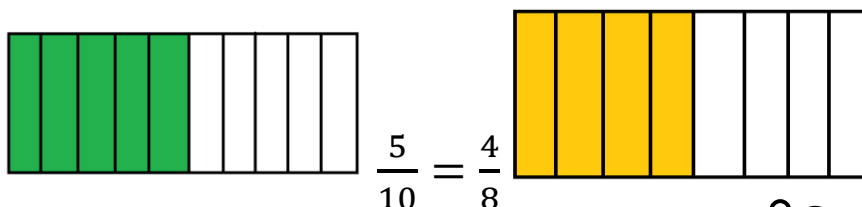
6. Ισοδύναμα κλάσματα

Δραστηριότητα 1^η



Εικόνα: <http://clipart-library.com/clipart/828678.htm>

Ένα παιδί έχει μία σοκολάτα με 10 κομμάτια, και ένα άλλο παιδί έχει την ίδια σοκολάτα η οποία όμως έχει χωριστεί στα 8 κομμάτια. Το πρώτο παιδί έφαγε τα 5 από τα 10 κομμάτια της σοκολάτας, ενώ το δεύτερο τα 4 από τα 8. Αφού εκφράσετε τα παραπάνω σε μορφή κλάσματος, να εξετάσετε αν είναι ισοδύναμα εξηγώντας γιατί.



© Αβαγιανός Χριστόφορος

Συμπέρασμα : Και τα 2 κλάσματα εκφράζουν το ίδιο μέρος της σοκολάτας.

Άσκηση 1^η

Να βρείτε κλάσμα ισοδύναμο με το $\frac{1}{2}$ που να έχει παρονομαστή:

α) 4 β) 8 γ) 12 δ) 18 ε) 20

! Πολλαπλασιάζω αριθμητή και παρονομαστή με τον κατάλληλο αριθμό, ώστε να προκύψει ο αριθμός που ζητείται στον παρονομαστή

Άσκηση 2^η

Βρίσκω κλάσμα ισοδύναμο με το $\frac{3}{4}$ που να έχει παρονομαστή:

α) 12 β) 20 γ) 24 δ) 32 ε) 40

! Πολλαπλασιάζω αριθμητή και παρονομαστή με τον κατάλληλο αριθμό, ώστε να προκύψει ο αριθμός που ζητείται στον παρονομαστή



Επεξήγηση στην τάξη της έννοιας του ΜΚΔ. Προτείνεται το παρακάτω παράδειγμα:

Παράδειγμα

Οι διαιρέτες του **12** είναι οι αριθμοί που τον διαιρούν, δηλαδή οι αριθμοί **1,2,3,4,6**.

Στη συνέχεια, ο/ η εκπαιδευτικός μπορεί να ζητήσει από τους/ τις μαθητές/ιες να βρουν τους διαιρέτες του **18** (1,2,3,6,9)

Και σαν τελευταίο βήμα τους ζητάει να κυκλώσουν τον ΜΚΔ των αριθμών 12,18.

Οπότε προκύπτει Μ.Κ.Δ (12, 18) = 6

Άσκηση 4^η

Βρίσκω το ΜΚΔ των παρακάτω αριθμών.

α) 4,6 β) 10,25 γ) 12,20 δ) 14,21 ε) 16,40

Άσκηση 5^η

Απλοποιώ τα παρακάτω κλάσματα:

$$\alpha) \frac{28}{14} \quad \beta) \frac{18}{27} \quad \gamma) \frac{15}{35} \quad \delta) \frac{49}{14} \quad \varepsilon) \frac{34}{52}$$

! Διαιρώ αριθμητή και παρονομαστή με το ΜΚΔ τους, ώστε να απλοποιηθεί το κλάσμα.

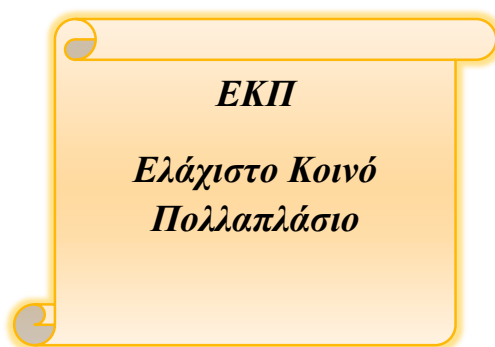
7. Πράξεις μεταξύ κλασμάτων: αριθμητικές παραστάσεις με κλάσματα

Άσκηση 1^η

Να εκτελέσετε τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις των παρακάτω ομώνυμων κλασμάτων όπως φαίνεται στο παράδειγμα.

$$\alpha) \frac{3}{4} + \frac{7}{4} = \frac{3+7}{4} = \frac{10}{4} \quad \beta) \frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \quad \gamma) \frac{4}{7} + \frac{2}{7} + \frac{5}{7} =$$

$$\delta) \frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \quad \varepsilon) \frac{3}{7} - \frac{1}{7} = \quad \sigma\tau) \frac{4}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} =$$



Επεξήγηση στην τάξη της έννοιας του ΕΚΠ. Προτείνεται το παρακάτω παράδειγμα:

Παράδειγμα

Γράφω την προπαίδια των αριθμών 4 και 6 και χρωματίζω τα κοινά τους πολλαπλάσια:

$4 \times 1 = 4$	$6 \times 1 = 6$
$4 \times 2 = 8$	$6 \times 2 = 12$
$4 \times 3 = 12$	$6 \times 3 = 18$
$4 \times 4 = 16$	$6 \times 4 = 24$
$4 \times 5 = 20$	$6 \times 5 = 30$
$4 \times 6 = 24$	$6 \times 6 = 36$
$4 \times 7 = 28$	$6 \times 7 = 42$
$4 \times 8 = 32$	$6 \times 8 = 48$
$4 \times 9 = 36$	$6 \times 9 = 54$
$4 \times 10 = 40$	$6 \times 10 = 60$

Εντοπίζεται το πιο μικρό από τα κοινά τους πολλαπλάσια: **12**. Αυτό είναι και το ΕΚΠ των αριθμών 4 και 6. Οπότε: Ε.Κ.Π (4, 6) = 12

Άσκηση 2^η

Βρίσκω τα ΕΚΠ των παρακάτω αριθμών.

α) 10,2 β) 3,7 γ) 6,8 δ) 2,5 ε) 3,4,6

Άσκηση 3^η

Κάνω τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις των παρακάτω ετερόνυμων κλασμάτων όπως φαίνεται στο παράδειγμα.

$$\alpha) \frac{3}{4} + \frac{7}{2} = \frac{3}{4} + \frac{14}{4} = \frac{3+14}{4} = \frac{17}{4} \quad \text{ΕΚΠ (2, 4) = 4}$$

$$\beta) \frac{2}{3} + \frac{5}{4} =$$

$$\gamma) \frac{4}{5} + \frac{2}{10} + \frac{5}{4} =$$

$$\delta) \frac{5}{3} - \frac{2}{9} =$$

$$\epsilon) \frac{13}{7} - 1 =$$

$$\sigma\tau) 4 + \frac{2}{3} - \frac{5}{6} =$$

! Μετατρέπω τα ετερόνυμα κλάσματα σε ομώνυμα βρίσκοντας το ΕΚΠ των παρονομαστών και πολλαπλασιάζοντας με τον κατάλληλο αριθμό τους αριθμητές και τους παρονομαστές των κλασμάτων, ώστε να προκύψουν ισοδύναμα κλάσματα με παρονομαστή το ΕΚΠ. Οι αριθμοί που δεν έχουν παρονομαστή έχουν παρονομαστή το 1

Άσκηση 4^η

Υπολογίζω τα παρακάτω γινόμενα όπως φαίνεται στο πρώτο παράδειγμα:

$$\alpha) \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{24}{35}$$

$$\beta) \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} =$$

$$\gamma) \frac{9}{5} \cdot \frac{3}{6} =$$

$$\delta) \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} =$$

$$\epsilon) \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{5} =$$

$$\sigma\tau) \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{7} =$$

$$\zeta) \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{5} =$$

$$\eta) \frac{2}{9} \cdot \frac{4}{7} =$$

! Πολλαπλασιάζω αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή.

Άσκηση 5^η

Υπολογίζω τα παρακάτω γινόμενα όπως στο παράδειγμα:

$$\alpha) 3 \cdot \frac{6}{7} = \frac{3}{1} \cdot \frac{6}{7} = \frac{18}{7}$$

$$\beta) \frac{2}{3} \cdot 7 =$$

$$\gamma) 4 \cdot \frac{3}{6} =$$

$$\delta) 4 \cdot \frac{3}{5} =$$

$$\epsilon) \frac{4}{5} \cdot 6 =$$

$$\sigma\tau) 7 \cdot \frac{4}{5} =$$

! Πολλαπλασιάζω το φυσικό αριθμό με τον αριθμητή και ως παρονομαστή αφήνω τον ίδιο αφού πολλαπλασιάζεται με 1.

Άσκηση 6^η

Υπολογίζω τα παρακάτω γινόμενα όπως στο παράδειγμα:

$$\alpha) \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{6} = \frac{24}{60}$$

$$\beta) \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{2} =$$

$$\gamma) \frac{9}{5} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$\delta) \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot 3 =$$

$$\epsilon) 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} =$$

! Πολλαπλασιάζω αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή

Άσκηση 7^η

Υπολογίζω τις διαιρέσεις των κλασμάτων όπως στο παράδειγμα:

$$\alpha) \frac{4}{5} : \frac{6}{7} = \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{6} = \frac{28}{30}$$

$$\beta) \frac{2}{3} : \frac{5}{8} =$$

$$\gamma) \frac{9}{5} : \frac{3}{6} =$$

$$\delta) \frac{2}{3} : \frac{4}{5} =$$

$$\epsilon) \frac{1}{5} : \frac{3}{5} =$$

$$\sigma\tau) \frac{4}{5} : \frac{4}{7} =$$

$$\zeta) \frac{3}{2} : \frac{4}{5} =$$

$$\theta) \frac{2}{9} : \frac{4}{7} =$$

! Μετατρέπω τη διαίρεση σε πολλαπλασιασμό αντιστρέφοντας το δεύτερο στη σειρά κλάσμα. Έπειτα πολλαπλασιάζω αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή όπως στον πολλαπλασιασμό κλασμάτων.

Άσκηση 8^η

Υπολογίζω τις διαιρέσεις των κλασμάτων όπως στο παράδειγμα:

$$\alpha) 3 : \frac{6}{7} = \frac{3}{1} : \frac{6}{7} = \frac{3}{1} \cdot \frac{7}{6} = \frac{21}{6}$$

$$\beta) \frac{2}{3} : 7 =$$

$$\gamma) 4 : \frac{3}{6} =$$

$$\delta) 4 : \frac{3}{5} =$$

$$\varepsilon) \frac{4}{5} : 6 =$$

$$\sigma\tau) 7 : \frac{4}{5} =$$

$$\zeta) 4 : \frac{4}{7} =$$

! Μετατρέπω την διαίρεση σε πολλαπλασιασμό αντιστρέφοντας το δεύτερο στη σειρά κλάσμα. Έπειτα πολλαπλασιάζω αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή όπως στον πολλαπλασιασμό κλασμάτων.

Άσκηση 9^η

Υπολογίζω τις αριθμητικές παραστάσεις:

$$A = 5 \cdot 2 + 3 \cdot (6 - 3) - \frac{2}{7} + \frac{1}{2}$$

$$B = 3 + 3 \cdot 2 - \frac{2}{3}$$

$$\Gamma = 5 \cdot 2 - \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$$

$$\Delta = 3 - \frac{2}{5} + 3 \cdot 2 - \frac{2}{3}$$

Θυμάμαι ότι: Οι φυσικοί αριθμοί έχουν παρονομαστή το 1

8. Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί: αριθμητικές παραστάσεις με ρητούς

Δραστηριότητα 1^η



Ο/ η εκπαιδευτικός φέρνει στην τάξη ένα θερμόμετρο και ένα μπουκάλι παγωμένο νερό. Στην αρχή καταγράφει τη θερμοκρασία της τάξης (την οποία υπό φυσιολογικές βρίσκει μεγαλύτερη του μηδενός π.χ. 15°C). Έπειτα βυθίζει το θερμόμετρο στο παγωμένο νερό και καταγράφει την ένδειξη στον πίνακα (ένδειξη μικρότερη του μηδενός π.χ. -4°C). Με την αξιοποίηση παραδειγμάτων που συναντώνται στην καθημερινότητα, όπως η μέτρηση της θερμοκρασίας, ο /η εκπαιδευτικός εισάγει τους μαθητές στην έννοια των αρνητικών αριθμών.

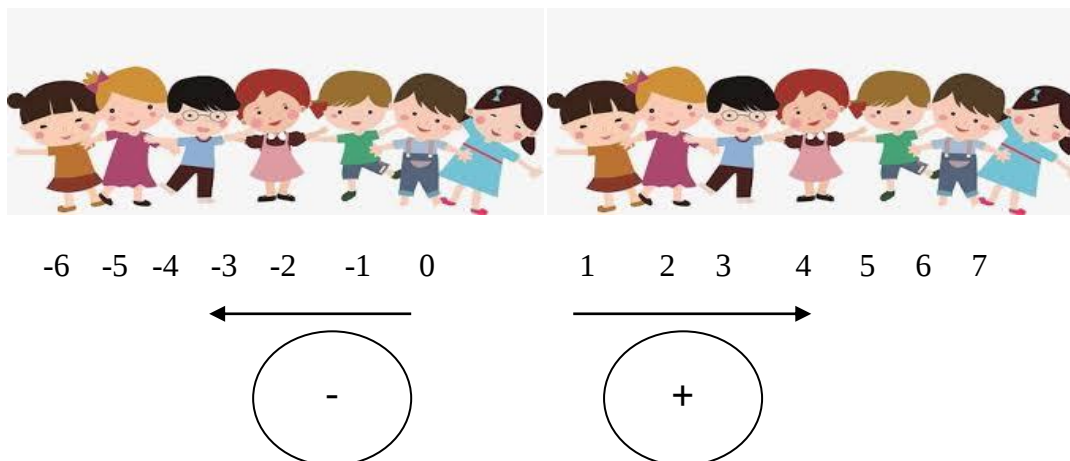
Για την καλύτερη κατανόηση των εννοιών και των αλγορίθμων της πρόσθεσης και της αφαίρεσης φυσικών, μπορεί να αξιοποιηθεί και το εξής προτεινόμενο βίντεο: <https://www.youtube.com/watch?v=OAoLCXpao6s>

Αφού οι μαθητές κατανοήσουν τις έννοιες των θετικών και των αρνητικών αριθμών, σειρά έχει η διδασκαλία της πρόσθεσης και αφαίρεσης θετικών και αρνητικών αριθμών.

Δραστηριότητα 2^η

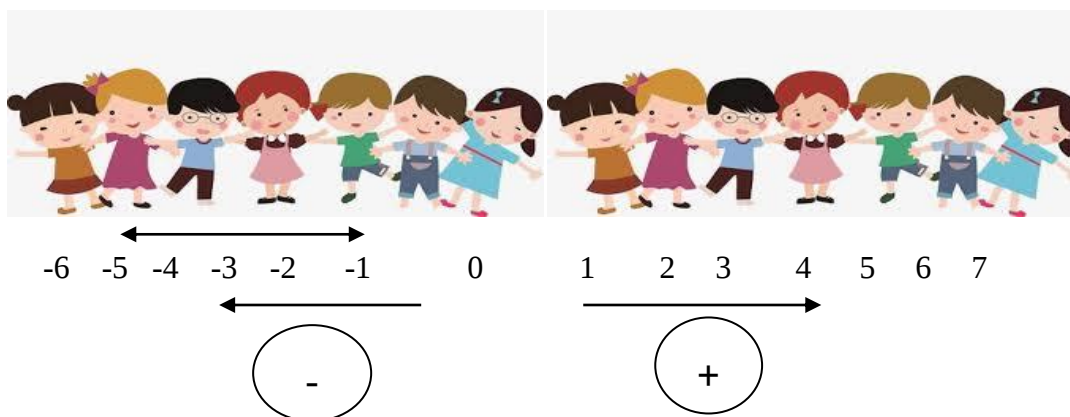
Ο/η εκπαιδευτικός διαμορφώνει την τάξη με τέτοιο τρόπο ώστε να έχει αρκετό ελεύθερο χώρο ή αν έχει καλή ημέρα βγάζει τους μαθητές στην αυλή του σχολείου.

Ανάλογα με τον αριθμό των μαθητών δημιουργεί καρτέλες με αριθμούς. Έστω ότι η τάξη έχει 14 μαθητές, τότε ο εκπαιδευτικός σε 14 κόλλες Α4 θα γράψει τους αριθμούς $-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$. Έπειτα τοποθετεί τους μαθητές σε μία ευθεία και δίνει από έναν αριθμό στον καθένα ανάλογα με το που βρίσκεται στην ευθεία. Έπειτα διευκρινίζει στους μαθητές ότι η κατεύθυνση $+$ είναι προς τα δεξιά, ενώ η κατεύθυνση του $-$ είναι προς τα αριστερά.



Εικόνα: <http://www.lsytt.net/>

Αφού ολοκληρωθούν τα παραπάνω, ο/η εκπαιδευτικός στέκεται μπροστά από τους μαθητές αναφέροντας μια πράξη π.χ. $-5+4$. Έτσι ο μαθητής που έχει τον αριθμό $[-5]$ πρέπει να μετακινηθεί προς τα δεξιά 4 μονάδες και να αλλάξει θέση με τον αντίστοιχο μαθητή που βρίσκεται στην συγκεκριμένη θέση δηλαδή τον $[-1]$.



Η δραστηριότητα συνεχίζεται μέχρι το τέλος της διδακτικής ώρας. Στόχος της δραστηριότητας είναι η ένταξη των μαθητών στην πρόσθεση και αφαίρεση θετικών και αρνητικών αριθμών.

Άσκηση 1^η

Διαλέγω τη σωστή απάντηση.

$$\Rightarrow -2+3-7=$$

A) -6 B) 12 Γ) +6 Δ) -2

$$\Rightarrow +7-6+8-9=$$

A) 2 B) 1 Γ) 0 Δ) -1

$$\Rightarrow 3-2+5-9+6=$$

A) -3 B) 3 Γ) 4 Δ) 2

$$\Rightarrow -4+2-6+5=$$

A) -3 B) 3 Γ) 13 Δ) -13

$$\Rightarrow +4-5+6-7+8-2+4-3$$

A) 13 B) -5 Γ) -13 Δ) +5

Άσκηση 2^η

Αντιστοιχίζω.

-1-2	-2
-1-2-3+4	-1
+6-7+5-1	0
-5+7-8+4+1	+4
-3-3-3+9	-3
-2-2-4	-8
-2-2+7-1	+3
6+6-8	+2

Άσκηση 3^η

Άσκηση 6^η**Υπολογίζω τις πράξεις.**

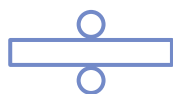
α) $-(-3) + (-2) + (6-7) - (-2+8) =$

β) $(-1) - (+5) - (-6+8) + (2-3) =$

γ) $(-3+2) - (-4) + 1-6 - (-2) + (+4) =$

δ) $(-7) - (+8) - 9 + 2 - (+5) - (-8) =$

ε) $+(+3) - (-9) + (-8-7) - (-2+3) =$



Επόμενο βήμα είναι
η διδασκαλία των
κανόνων των
προσήμων για τον
πολλαπλασιασμό
και τη διαίρεση
θετικών και
αρνητικών
αριθμών.



$+\cdot+=+$	$+:+=+$
$- \cdot - = +$	$- : - = +$
$+\cdot-= -$	$+:-= -$
$- \cdot += -$	$- : += -$

Άσκηση 7^η

Υπολογίζω τις πράξεις.

$(+2) \cdot (-3) =$	$(-56) : (-8) =$
$(-3) \cdot (-5) =$	$(-49) : 7 =$
$2 \cdot (-8) =$	$(-25) : (+5) =$
$(-7) \cdot 3 =$	$42 : (+6) =$
$4 \cdot 4 =$	$(+8) : (-2) =$
$(-6) \cdot (+9) =$	$(+81) : (-9) =$
$4 \cdot (+5) =$	$48 : (-6) =$

Άσκηση 8^η

Υπολογίζω τις πράξεις.

$(+2) \cdot (-3) \cdot (-5) =$

$(-3) \cdot (-5) \cdot (+4) =$

$2 \cdot (-8) \cdot 3 =$

$(-7) \cdot 3 \cdot (-2) =$

$4 \cdot 4 \cdot (-4) =$

$(-6) \cdot (+4) \cdot (-3) =$

**ΤΕΛΕΥΤΑΙΟ ΚΟΜΜΑΤΙ ΤΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ ΕΙΝΑΙ
Η ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΤΗΣ ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ
ΠΡΑΞΕΩΝ ΚΑΙ Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΣΕ
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΥΝ ΘΕΤΙΚΟΥΣ ΚΑΙ
ΑΡΝΗΤΙΚΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ**

Άσκηση 9^η

Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις:

α) $A = 5 \cdot (-2) + 8$

β) $B = (-3) \cdot 4 + 8 : (+4) - 2 \cdot 3$

γ) $\Gamma = 7 - 3 \cdot 5 - 6 : 2$

δ) $\Delta = -63 - (80 : (-8) + 6 \cdot (-7))$

ε) $E = (4 \cdot 5 - 2 \cdot 8) + 7 \cdot 4 - 5 \cdot 3$

9. Αλγεβρικές παραστάσεις / Η έννοια της μεταβλητής

Άσκηση 1^η

Να εκφράσετε τα παρακάτω με την βοήθεια μεταβλητών:

α) Το πενταπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 2.

β) Το άθροισμα που προκύπτει από την πρόσθεση 2 αριθμών είναι 8.

γ) Τα $\frac{3}{5}$ ενός αριθμού μειωμένα κατά 3 είναι 4

δ) Ένας αριθμός είναι μεγαλύτερος του 3 και μικρότερος του 9

ε) Αν σε έναν αριθμό αφαιρέσουμε 4 βρίσκουμε 6

στ) Αν σε έναν αριθμό προσθέσουμε 2 βρίσκουμε 7

ζ) το τριπλάσιο ενός αριθμού είναι 9

Άσκηση 2^η

Να κάνετε τις επιμεριστικές ιδιότητες και έπειτα τις αναγωγές ομοίων όρων στις παρακάτω αλγεβρικές παραστάσεις:

$A = 2 \cdot (x+8)$

$$B = (-3) \cdot (5x-2) + 2 \cdot (3x-4)$$

$$\Gamma = 5 \cdot (2x-4) - 4 \cdot (3x-2)$$

$$\Delta = (-4) \cdot (-4+6x-2+3x)$$

$$E = (+5) \cdot (9x-4-2x+6)$$

Άσκηση 3^η

Να κάνετε τις πράξεις στις παρακάτω αλγεβρικές παραστάσεις:

$$A = 5x + 2 \cdot (3x-4) - 4 \cdot (3x-2)$$

$$B = 3x + 2 \cdot (-3x+4) - 2x + 4 - 3x$$

$$\Gamma = 4 \cdot (-2x + 1) + 6 - 3x - 2 \cdot (4 - 3x)$$

$$\Delta = 2 + 3x - 4 \cdot (3x-1) - 2x + 2 \cdot (3x - 2)$$

$$E = -2x + 2 \cdot (-3x-1) - 4 \cdot (-3x+2) - 3x + 3 \cdot (2x+1) + 3 \cdot (5x-1)$$

Άσκηση 4^η

Να βρείτε την αριθμητική τιμή της αλγεβρικής παράστασης για $x = -1$.

$$A = 5x + 2 \cdot (3x-4) - 4 \cdot (3x-2)$$

$$B = 3x + 2 \cdot (-3x+4) - 2x + 4 - 3x$$

$$\Gamma = 4 \cdot (-2x + 1) + 6 - 3x - 2 \cdot (4 - 3x)$$

$$\Delta = 2 + 3x - 4 \cdot (3x-1) - 2x + 2 \cdot (3x - 2)$$

$$E = -2x + 2 \cdot (-3x-1) - 4 \cdot (-3x+2) - 3x + 3 \cdot (2x+1) + 3 \cdot (5x-1)$$

Αφού κάνετε τις πράξεις και απλοποιήσετε τις αλγεβρικές παραστάσεις να αντικαταστήσετε όπου x τον αριθμό -1 και να βρείτε την αριθμητική τιμή τους.

10.Εξισώσεις 1^{ου} βαθμού

Άσκηση 1^η

Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

α) $x-2 = 8$

β) $x+3 = 5$

γ) $3-x = 7$

δ) $\frac{x}{5} = 4$

ε) $\frac{4}{x} = 2$

Άσκηση 2^η

Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

α) $x+5=2x-3$

β) $-3x+4=2x-6$

γ) $4 \cdot (2x-3)-2 \cdot (3x-4)=5 \cdot (2x-1)-4 \cdot (1-2x)$

δ) $5x + 2 \cdot (3x-4) = 4 \cdot (3x-2)$

ε) $4 \cdot (-2x + 1) + 6 - 3x = 2 \cdot (4 - 3x)$

Άσκηση 3^η

Να λύσετε τις παρακάτω κλασματικές εξισώσεις:

α) $\frac{x-3}{2} + \frac{2x-1}{4} = \frac{4x-2}{3}$

β) $\frac{2x-1}{2} + \frac{3x-2}{8} = \frac{x-1}{4}$

$$\gamma) \frac{4x-1}{9} + \frac{x-3}{6} = \frac{x-1}{4}$$

$$\delta) \frac{x-3}{5} + \frac{x-3}{4} = \frac{x-2}{10}$$

$$\epsilon) \frac{x-5}{2} + \frac{4x-3}{3} = \frac{3x-1}{12}$$

Άσκηση 4^η

Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω εξισώσεις έχουν μοναδική λύση, ποιες είναι αδύνατες και ποιες αόριστες.

$$\alpha) 4x-2+2x=6x-2$$

$$\beta) 5x-4=2x+3+3x$$

$$\gamma) 6x-2+4x-1=0$$

$$\delta) 4 \cdot (2x-3)-2 \cdot (3x-4)=5 \cdot (2x-1) - 8x$$

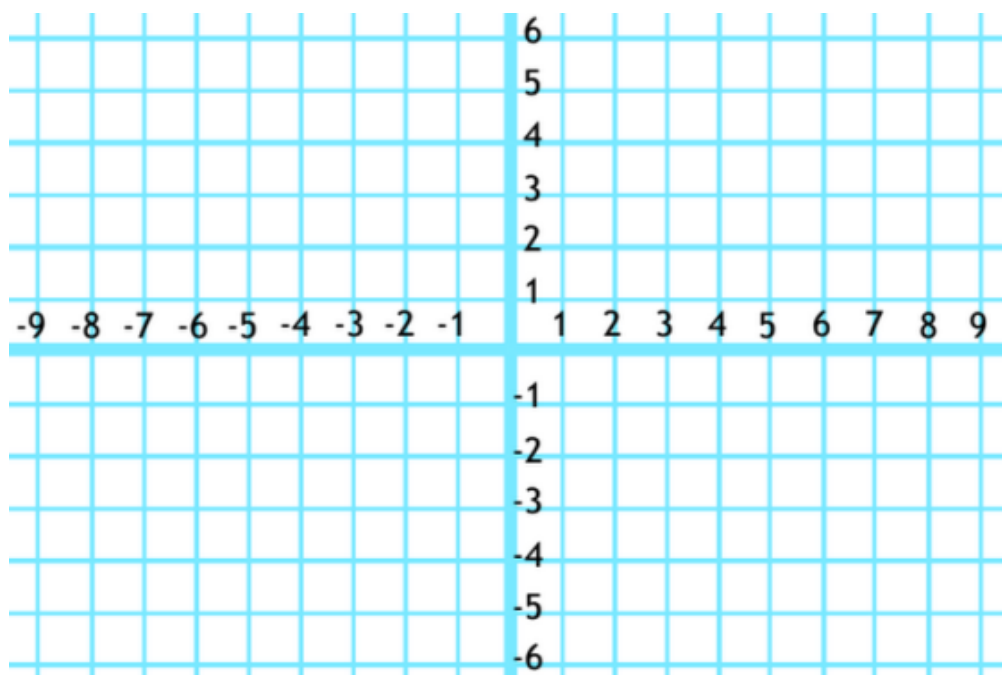
$$\epsilon) 5x + 2 \cdot (3x-4) + x = 4 \cdot (3x-2)$$

11. Η έννοια της συνάρτησης - Καρτεσιανές συντεταγμένες- γραφική παράσταση συνάρτησης - η συνάρτηση $y=ax+\beta$ - χάραξη ευθειών

Άσκηση 1^η

Να σημειώσετε τα παρακάτω σημεία στο ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων:

A(3,5), B(-2,3), Γ(4,0), Δ(0,2), E(0,-5), Ζ(-3,0), Η(-4,-2)



Εικόνα: <https://drive.google.com/file/d/0BwUeweg68PluLUZqZWVPVFJiNWM/view>

Άσκηση 2^η

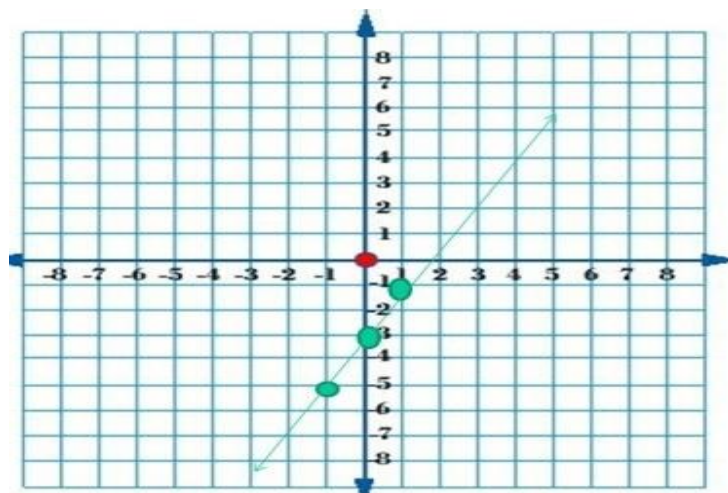
Δίνεται η συνάρτηση $y=2x-7$. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών.

x	-2	1	0	3
y				

Άσκηση 3^η

Δίνεται η συνάρτηση $y=2x-3$. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών. Και στην συνέχεια να κατασκευάσετε την γραφική παράσταση που προκύπτει.

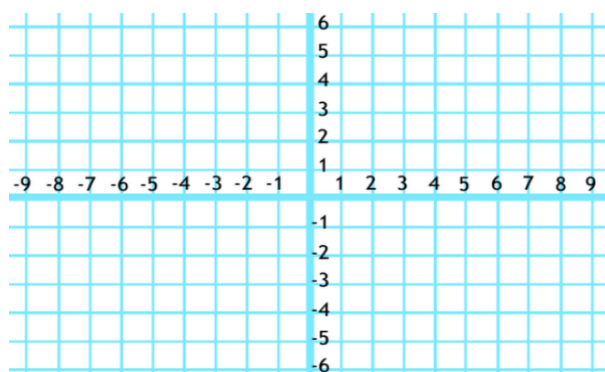
x	-3		1	
y		-2		4



Εικόνα: <https://pdfslide.net/documents/warm-up-10-1-graph-5x-7y-35-2-graph-y-2x-3.html>

Άσκηση 3^η

Δημιουργώ την ευθεία με εξίσωση $y=5x+1$.



Εικόνα: <https://drive.google.com/file/d/0BwUeweg68PluLUZqZWVPVFJiNWM/view>

12.Μονώνυμα / Πολυώνυμα

Άσκηση 1^η

Βρίσκω τους όρους και το βαθμό των παρακάτω πολυωνύμων:

$$\alpha) P(x) = x^4 - 3x^2 + 1$$

$$\beta) P(x) = x^2 - 2x + 4$$

$$\gamma) P(x) = x^5 - x$$

$$\delta) P(x) = x^2 + 9$$

$$\epsilon) P(x) = x^7$$

$$\sigma\tau) P(x) = x^3 - 3$$

Άσκηση 2^η

Δίνονται τα πολυώνυμα: $A(x) = x^4 - 3x^2 + 1$ και $B(x) = x^3 - 5x^2$. Να βρείτε τα πολυώνυμα :

$$\alpha) Q(x) = A(x) + B(x)$$

$$\beta) P(x) = A(x) - B(x)$$

$$\gamma) G(x) = A(x) \cdot B(x)$$

$$\delta) K(x) = P(x) - G(x) + Q(x)$$

$$\epsilon) L(x) = Q(x) \cdot P(x) - G(x) + A(x) - B(x)$$

13.Μαθηματικές ταυτότητες

$(\alpha + \beta)^2$	$\longrightarrow$	$\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
$(\alpha - \beta)^2$	$\longrightarrow$	$\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$
$\alpha^2 - \beta^2$	$\longrightarrow$	$(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)$
$(\alpha + \beta)^3$	$\longrightarrow$	$\alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$
$(\alpha - \beta)^3$	$\longrightarrow$	$\alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$

Άσκηση 1^η

Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(5x + 2)^2 =$

β) $(3x - 4)^2 =$

γ) $(2x - 3)(2x + 3) =$

δ) $(2 + 3x)^3 =$

ε) $(x - 1)^3 =$

Άσκηση 2^η

Να υπολογίσετε την αλγεβρική παράσταση

α) $A = (5x + 2)^2 + x \cdot (2x - 3) - 10x + 7$

β) $B = (2x - 1)^2 + 3(x - 2) \cdot (x + 2) + 4x - 13$

γ) $\Gamma = (3x - 2)^2 + (5x - 1) \cdot (5x + 1)$

δ) $\Delta = (2x - 1)^3 + 2x \cdot (2x - 1) \cdot (2x + 1)$

ε) $E = 3x \cdot (3x + 2)^2 - 9x + 4$

14. Παραγοντοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων

Κοινός παράγοντας	$a \cdot \beta + a \cdot \gamma = a \cdot (\beta + \gamma)$
Ομαδοποίηση	$ax + \beta x + ay + \beta y = x \cdot (a + \beta) + y \cdot (a + \beta) = (x + y) \cdot (a + \beta)$
Ανάπτυγμα τετραγώνου διωνύμου	$(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$ $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$
Διαφορά τετραγώνων	$\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha - \beta)(\alpha + \beta)$

Άσκηση 1^η

Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω αλγεβρικές παραστάσεις χρησιμοποιώντας την κατάλληλη μέθοδο.

α) $2x^5 + 4x^2 - 6x =$

β) $(2x-5) \cdot (4x-1) - 8x + 2 =$

γ) $5x + 5y + 2x + 2y =$

δ) $4x^2 - 9 =$

ε) $4x^2 + 4x + 1 =$

στ) $(2x-3) \cdot (x+1) + 5 \cdot (2x-3) =$

ζ) $(5x-2) \cdot (4x-3) - x \cdot (3-4x) =$

η) $xy - 5x - 5y + 25 =$

θ) $x^2 - 4 =$

ι) $49x^2 - 81 =$

κ) $64x^2 - 25y^2 =$

λ) $x^2 + 6x + 9 =$

μ) $x^2 - 12x + 36 =$

ν) $25x^2 - 10x + 1 =$

15.Εξισώσεις 2ου βαθμού

Άσκηση 1^η

Λύνω τις εξισώσεις

α) $5x^2 + 10x = 0$

β) $x^2 - 4 = 0$

γ) $6x^2 + 3x = 0$

δ) $x^2 + 8x - 9 = 0$

ε) $4x^2 - 16 = 0$

$\Delta > 0$	—————▶	Δύο πραγματικές ρίζες και άνισες
$\Delta = 0$	—————▶	Μία διπλή ρίζα
$\Delta < 0$	—————▶	Καμία ρίζα/Αδύνατη

Άσκηση 2^η

Λύνω τις παρακάτω εξισώσεις και διευκρινίζω αν έχουν 2 πραγματικές ρίζες, αν έχουν μία διπλή ρίζα ή αν είναι αδύνατες.

α) $x^2 + 3x - 4 = 0$

β) $x^2 + 4x + 4 = 0$

γ) $x^2 + 3x + 4 = 0$

δ) $x^2 + 5x + 6 = 0$

ε) $-6x^2 - 5x + 1 = 0$

στ) $9x^2 - 6x + 1 = 0$

ζ) $9x^2 - 8x + 1 = 0$

η) $9x^2 - 8x - 1 = 0$

16.Συστήματα γραμμικών εξισώσεων 2x2

Όταν θα έχει καλυφθεί η προτεινόμενη ύλη και η τάξη εισέλθει στην ενότητα των συστημάτων γραμμικών εξισώσεων 2x2 είναι συνετό πρώτα να γίνει μια επανάληψη της ενότητας «Η έννοια της συνάρτησης / Καρτεσιανές συντεταγμένες/ γραφική παράσταση συνάρτησης / η συνάρτηση $y=ax+\beta$ / χάραξη ευθειών».

Αφού πραγματοποιηθεί επανάληψη τότε ο/η εκπαιδευτικός παρουσιάζει τους τρόπους επίλυσης συστημάτων γραμμικών εξισώσεων 2x2 μέσω των ακόλουθων παραδειγμάτων

Παράδειγμα 1^ο

Λύνω το παρακάτω σύστημα γραμμικών εξισώσεων με την μέθοδο της αντικατάστασης.

$$\left\{ \begin{array}{l} x+y=2 \\ -2x-3y=1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y=2-x \\ -2x-3(2-x)=1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y=2-x \\ -2x-6+3x=1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y=-5 \\ x=7 \end{array} \right\}$$

Παράδειγμα 2^ο

Λύνω το παρακάτω σύστημα γραμμικών εξισώσεων με την μέθοδο των αντίθετων συντελεστών.

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x+7y=1 \\ 5x-8y=-18 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \times 5 \\ \times (-3) \end{array} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 15x+35y=5 \\ -15x+24y=54 \end{array} \right\} \begin{array}{c} \text{+} \\ \hline \end{array}$$

ΕΚΠ(3,5)=15

$$59y=59$$

$$y=1$$

Άρα με αντικατάσταση σε μία από τις 2 πρώτες εξισώσεις έχουμε $x = -2$

Άσκηση 1^η

Λύνω τα συστήματα με την μέθοδο της αντικατάστασης.

$$\alpha) \begin{cases} 2x+y=7 \\ 3x-y=3 \end{cases}$$

$$\beta) \begin{cases} x+6y = -7 \\ 2x+4y = -2 \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} 5x-3y = -4 \\ x+3y = -9 \end{cases}$$

$$\delta) \begin{cases} 5x-3y = 1 \\ 2x-y = -2 \end{cases}$$

Άσκηση 2^η

Λύνω τα συστήματα με την μέθοδο των αντίθετων συντελεστών.

$$\alpha) \begin{cases} 2x-5y = -3 \\ 4x+7y = 11 \end{cases}$$

$$\beta) \begin{cases} 5x-3y = 2 \\ 7x+4y = 11 \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} 5x+7y = 4 \\ 2x-3y = -10 \end{cases}$$

$$\delta) \begin{cases} 7x-10y = -31 \\ 4x-5y = -17 \end{cases}$$

Διαγνωστικό τεστ μαθηματικών
Math placement test for teenagers

Συνολικό σκορ	Total Score	20 πόντοι / 20 points
Αρχάριοι μαθητές	Beginner students	1-5 πόντοι/points
Μαθητές μεσαίου επιπέδου	Intermediate students	6-10 πόντοι / points
Προχωρημένοι μαθητές	Advanced students	11-15 πόντοι / points
Πολύ προχωρημένοι μαθητές	Expert students	16-20 πόντοι / points
Διαθέσιμος χρόνος	Time available	45 λεπτά / minutes

1. Διατάξτε τους παρακάτω αριθμούς στην σωστή σειρά ξεκινώντας από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο. (1 πόντος)

Put the following numbers in the right order (from the smaller to the bigger).

(1 point)

4 3 1 7 6 5 8 2 10 9

2. Βρίσκω το αποτέλεσμα. (1 πόντος)

Find the result. (1 point)

$$5+4 =$$

$$3+3 =$$

$$6+3 =$$

$$7+2 =$$

$$8+2 =$$

3. Βρίσκω το αποτέλεσμα. (1 πόντος)

Find the result. (1 point)

$$3-2 =$$

$$8-7 =$$

$9-6 =$

$5-3 =$

$10-8 =$

4. Βρίσκω το αποτέλεσμα. (1 πόντος)

Find the result. (1 point)

$2 \cdot 4 =$

$3 \cdot 5 =$

$4 \cdot 6 =$

$8 \cdot 8 =$

$9 \cdot 7 =$

5. Βρίσκω το αποτέλεσμα. (1 πόντος)

Find the result. . (1 point)

$15:5 =$

$4:2 =$

$20:4 =$

$16:2 =$

$9:3 =$

6. Βρίσκω το αποτέλεσμα. (1 πόντος)

Find the result. (1 point)

$4 \cdot 32 =$

$12 \cdot 11 =$

$$8 \cdot 46 =$$

$$7 \cdot 15 =$$

$$9 \cdot 81 =$$

7. Βρίσκω το αποτέλεσμα. (1 πόντος)

Find the result. (1 point)

$$20:10 =$$

$$34:17 =$$

$$44:22 =$$

$$55:11 =$$

$$57:57 =$$

8. Ταυτοποιώ τις τάξεις των ψηφίων των παρακάτω αριθμών (μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες, χιλιάδες). (1 πόντος)

Identify the class of the digits on the following numbers (units, tens, hundreds, thousands). (1 point)

258

47

5

1887

364

9. Βρίσκω το αποτέλεσμα. (1 πόντος)

Find the result. (1 point)

$$1245+3987 =$$

$$5678-3966 =$$

$$7632 -3789 =$$

$$4352-3843 =$$

$$2897+3456=$$

10. Βρίσκω τη λύση στο παρακάτω πρόβλημα. (1 πόντος)

Find the solution in the following problem. (1 point)

⇒ Ο Μοχάμεντ έχει 5 μήλα. Έδωσε τα 2 μήλα στην Σεταρέ και 2 ακόμα στον Γιούσεφ. Πόσα μήλα έχει τώρα;

Mohamad has 5 apples. He gave 2 apples to Setare and 2 to Yussef. How many apples does he have now?

⇒ Έπειτα ένα άλλο παιδί, ο Μαχντί έδωσε ακόμα τρία μήλα στον Γιούσεφ. Πόσα μήλα έχει τώρα ο Γιούσεφ;

After that, another child called Mahdi, gave to Yussef 3 more apples. How many apples has Yussef now?

11. Κατατάσσω τα παρακάτω κλάσματα στη σωστή σειρά. (1 πόντος)

Put the following fractions in the right order. (1 point)

$$\frac{4}{2} \quad \frac{10}{2} \quad \frac{9}{3} \quad \frac{12}{3} \quad \frac{36}{6}$$

12. Κατατάσσω τα παρακάτω κλάσματα στη σωστή σειρά. (1 πόντος)

Put the following fractions in the right order. (1 point)

$$\frac{6}{4} \quad \frac{6}{3} \quad \frac{6}{21} \quad \frac{6}{7} \quad \frac{6}{6}$$

13. Βρίσκω το αποτέλεσμα. (1 πόντος)

Find the result. (1 point)

$$1.2 + 4.03 =$$

$$8.14 - 7.35 =$$

$$2.2 + 4.6 =$$

$$32.7 - 5 =$$

$$28.978 - 15 =$$

14. Βρίσκω το αποτέλεσμα. (1 πόντος)

Find the result. (1 point)

$$1.45 \times 2.22 =$$

$$7.83 \times 9.86 =$$

$$22.34 \times 4 =$$

$$15 \times 3.2 =$$

$$72 \times 3.047 =$$

15. Διατάσσω τους παρακάτω αριθμούς στη σωστή σειρά ξεκινώντας από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο. (1 πόντος)

Put the following numbers in the right order (from the smaller to the bigger).

(1 point)

8 -6 -2 1 9 -15 +4 -1 0 +5

16. Σωστό ή Λάθος; (1 πόντος)

True or False? (1 point)

$$8 \cdot 4 + 5 = 72$$

$$9 \cdot 2 = 2 \cdot 9$$

$$4+(5+3) \cdot 2 = 24$$

$$\frac{4}{0} = 0$$

$$4 \cdot (6 \cdot 7) = (4 \cdot 6) \cdot 7$$

17. Βρείτε το αποτέλεσμα. (1 πόντος)

Find the result. (1 point)

$$45 - 78 =$$

$$34 + (-65) =$$

$$-42 - 53 =$$

$$-72+72 =$$

$$-31 + 53 - 48 =$$

18. Βρίσκω το x. (1 πόντος)

Find the x. (1 point)

$$4 \cdot x = 12$$

$$5 \cdot x = 15$$

$$0 \cdot x = 7$$

$$0 \cdot x = 0$$

$$5 \cdot x + 3 = (-2) \cdot x - 2$$

19. Λύνω το παρακάτω σύστημα γραμμικών εξισώσεων 2 x 2. (1 πόντος)

Solve the following 2 x 2 linear equation system. (1 point)

$$x + 2y = 4$$

$$2x + 3y = 7$$

20. Βρίσκω τη λύση στο παρακάτω πρόβλημα. (1 πόντος)**Find the solution in the following problem. (1 point)**

Τρία αδέρφια μοιράστηκαν ένα ποσό χρημάτων. Ο πρώτος αδερφός πήρε το $\frac{1}{5}$ του ποσού + 12 € ακόμα. Ο δεύτερος αδερφός πήρε το $\frac{1}{4}$ του ποσού +8 € ακόμα και ο τρίτος αδερφός πήρε το $\frac{1}{3}$ του ποσού +6 € ακόμα. Ποιο ήταν το αρχικό ποσό και πόσα χρήματα συνολικά πήρε το καθένα από τα τρία αδέρφια;

Three brothers shared an amount of money. The first one took $\frac{1}{5}$ of the amount + 12 € more. The second one took $\frac{1}{4}$ of the amount +8 € more and the third took $\frac{1}{3}$ of the amount +6 € more. Which was the very first amount of money, and how much each one of them took?